

Q.C.M. Recopier sur la copie chaque expression numérique et la réponse exacte.

	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Solution
$\frac{3}{2} + \frac{7}{5}$	$\frac{10}{7}$	$\frac{10}{10}$	$\frac{29}{10}$	$\frac{3}{2} + \frac{7}{5} = \frac{3 \times 5}{2 \times 5} + \frac{7 \times 2}{5 \times 2} = \frac{15}{10} + \frac{14}{10} = \frac{29}{10}$
$\frac{10^5}{10^2}$	10^3	10^7	10^{-3}	$\frac{10^5}{10^2} = 10^{5-2} = 10^3$
$\frac{2}{3} - \frac{7}{3} \div \frac{1}{4}$	$\frac{1}{12}$	$-\frac{26}{3}$	$-\frac{20}{3}$	$\frac{2}{3} - \frac{7}{3} \div \frac{1}{4} = \frac{2}{3} - \frac{7}{3} \times \frac{4}{1} = \frac{2}{3} - \frac{28}{3} = -\frac{26}{3}$
$(10^5)^2$	10^7	10^3	10^{10}	$(10^5)^2 = 10^{5 \times 2} = 10^{10}$

Exercice 1

On considère les trois nombres A, B et C : $A = -\frac{5}{3} + \frac{7}{5}$ $B = \frac{7}{4} \div \frac{21}{9}$ $C = -2 \times (60 - 5 \times 4^2) - (8 - 15)$

Calculer A et B et donner le résultat sous la forme d'une fraction simplifiée. Calculer C.

$$\begin{aligned}
 A &= -\frac{5}{3} + \frac{7}{5} & B &= \frac{7}{4} \div \frac{21}{9} & C &= -2 \times (60 - 5 \times 4^2) - (8 - 15) \\
 A &= -\frac{5 \times 5}{3 \times 5} + \frac{7 \times 3}{5 \times 3} & B &= \frac{7}{4} \times \frac{9}{21} & C &= -2 \times (60 - 5 \times 16) - (-7) \\
 A &= -\frac{25}{15} + \frac{21}{15} & B &= \frac{7 \times 3 \times 3}{4 \times 3 \times 7} & C &= -2 \times (-20) + 7 \\
 A &= -\frac{4}{15} & B &= \frac{3}{4} & C &= +40 + 7 \\
 & & & & C &= 47
 \end{aligned}$$

Exercice 2

Donner l'écriture décimale de ces trois nombres :

$$\begin{aligned}
 B &= 5^2 + 2^2 \times 9 & C &= \frac{3^2}{4 + 2^2} & D &= 5 \times 10^3 - 2 \times 10^2 \\
 B &= 5^2 + 2^2 \times 9 & C &= \frac{3^2}{4 + 2^2} & D &= 5 \times 10^3 - 2 \times 10^2 \\
 B &= 25 + 4 \times 9 & C &= \frac{9}{4 + 4} & D &= 5 \times 1\,000 - 2 \times 100 \\
 B &= 25 + 36 & C &= \frac{9}{4 + 4} & D &= 5\,000 - 200 \\
 B &= 61 & C &= \frac{9}{16} & D &= 4\,800
 \end{aligned}$$

Exercice 3

Calculer A et B en donnant le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{9}{2} \div 3 & A &= \frac{3 \times 3 \times 1}{2 \times 3} & B &= \frac{4 \times 3}{5 \times 3} - \frac{8 \times 2}{3 \times 5} \\
 A &= \frac{9}{2} \div \frac{3}{1} & A &= \frac{3}{2} & B &= \frac{12}{15} - \frac{16}{15} \\
 A &= \frac{9}{2} \times \frac{1}{3} & & & B &= -\frac{4}{15}
 \end{aligned}$$

Exercice 4 On fera apparaître les étapes de chaque calcul.

1) Écrire $A = \frac{\frac{4}{3} + \frac{3}{10}}{\frac{5}{2} - \frac{2}{5}}$ sous la forme d'une fraction irréductible.

$$\begin{aligned}
 A &= \left(\frac{4}{3} + \frac{3}{10} \right) \div \left(\frac{5}{2} - \frac{2}{5} \right) \\
 A &= \left(\frac{4 \times 10}{3 \times 10} + \frac{3 \times 3}{10 \times 3} \right) \div \left(\frac{5 \times 5}{2 \times 5} - \frac{2 \times 2}{5 \times 2} \right) \\
 A &= \left(\frac{40}{30} + \frac{9}{30} \right) \div \left(\frac{25}{10} - \frac{4}{10} \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{49}{30} \div \frac{21}{10} \\
 A &= \frac{49}{30} \times \frac{10}{21} \\
 A &= \frac{7 \times 7 \times 10}{3 \times 10 \times 3 \times 7} \\
 A &= \frac{7}{9}
 \end{aligned}$$

2) Calculer $B = 5^3 - (2^4 + 7,5)^2$.

$$\begin{aligned}
 B &= 5^3 - (2^4 + 7,5)^2 \\
 B &= 125 - (16 + 7,5)^2 \\
 B &= 125 - 23,5^2 \\
 B &= 125 - 552,25 \\
 B &= -427,25
 \end{aligned}$$

Exercice 5

Montrer que les nombres A et B sont tous les deux égaux à un même nombre entier.

$$A = \frac{7}{9} + \frac{2 - 2 \times 3}{3 - 3 \times 7}$$

$$B = \frac{(-2) \times 10^{-3} \times 25 \times (10^2)^2}{50 \times 10^5 \times (-0,1) \times 10^{-3}}$$

$$A = \frac{7}{9} + \frac{2 - 2 \times 3}{3 - 3 \times 7}$$

$$A = \frac{7}{9} + \frac{\cancel{2} \times 2}{\cancel{2} \times 9}$$

$$B = \frac{(-2) \times 25}{50 \times (-0,1)} \times \frac{10^{-3} \times (10^2)^2}{10^5 \times 10^{-3}}$$

$$B = \frac{(-50)}{(-5)} \times \frac{10^{(-3)+4}}{10^{5+(-3)}}$$

$$A = \frac{7}{9} + \frac{2 - 6}{3 - 21}$$

$$A = \frac{7}{9} + \frac{2}{9}$$

$$B = \frac{(-50)}{(-5)} \times \frac{10^{-3} \times 10^{2 \times 2}}{10^5 \times 10^{-3}}$$

$$B = (+10) \times \frac{10^1}{10^2}$$

$$A = \frac{7}{9} + \frac{-4}{-18}$$

$$A = \frac{9}{9}$$

$$B = \frac{(-50)}{(-5)} \times \frac{10^{-3} \times 10^4}{10^5 \times 10^{-3}}$$

$$B = 10 \times 10^{1-2}$$

$$B = 10 \times 10^{-1}$$

$$B = 10 \times 0,1$$

$$B = 1$$

$$A = 1$$

Exercice 6

1. Soit le nombre $A = \frac{4}{5} - \frac{7}{5} \times \frac{10}{4}$

Calculer A.

On donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible, puis on donnera sa valeur décimale.

2. Soit le nombre $B = \frac{3 \times 10^{-4} \times 5 \times (10^2)^6}{25 \times 10^{-2}}$

Calculer B.

On donnera le résultat sous la forme d'une écriture scientifique.

$$A = \frac{4}{5} - \frac{7}{5} \times \frac{10}{4}$$

$$A = -\frac{54}{20}$$

$$B = \frac{3 \times 5}{25} \times \frac{10^{-4} \times (10^2)^6}{10^{-2}}$$

$$B = 0,6 \times \frac{10^8}{10^{-2}}$$

$$A = \frac{4}{5} - \frac{7 \times 10}{5 \times 4}$$

$$A = -\frac{\cancel{2} \times 27}{\cancel{2} \times 10}$$

$$B = \frac{15}{25} \times \frac{10^{-4} \times 10^{2 \times 6}}{10^{-2}}$$

$$B = 0,6 \times 10^{8-2}$$

$$A = \frac{4 \times 4}{5 \times 4} - \frac{70}{20}$$

$$A = -\frac{27}{10}$$

$$B = 0,6 \times \frac{10^{-4} \times 10^{12}}{10^{-2}}$$

$$B = 0,6 \times 10^6$$

$$B = 6 \times 10^{-1} \times 10^6$$

$$A = \frac{16}{20} - \frac{70}{20}$$

$$A = -2,7$$

$$B = 0,6 \times \frac{10^{-4+12}}{10^{-2}}$$

$$B = 6 \times 10^{-1+6}$$

$$B = 6 \times 10^5$$

Exercice 7

1. Calculer $A = 2 - \frac{5}{2} \div \frac{15}{4}$

On donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

2. On considère $B = \frac{2,5 \times 10^{-3} \times 9 \times 10^5}{15 \times 10^{-4}}$

a) Calculer B ; le résultat sera donné en écriture décimale.

b) Écrire B en écriture scientifique.

$$A = 2 - \frac{5}{2} \div \frac{15}{4}$$

$$A = \frac{2 \times 3}{1 \times 3} - \frac{2}{3}$$

$$B = \frac{2,5 \times 9}{15} \times \frac{10^{-3} \times 10^5}{10^{-4}}$$

$$B = 1,5 \times 10^{2-(-4)}$$

$$B = 1,5 \times 10^{2+4}$$

$$A = 2 - \frac{5}{2} \times \frac{4}{15}$$

$$A = \frac{6}{3} - \frac{2}{3}$$

$$B = \frac{22,5}{15} \times \frac{10^{-3+5}}{10^{-4}}$$

$$B = 1,5 \times 10^6 \text{ écriture scientifique}$$

$$B = 1,5 \times 1\,000\,000$$

$$A = \frac{2}{1} - \frac{5 \times 2 \times 2}{2 \times 3 \times 5}$$

$$A = \frac{4}{3}$$

$$B = 1,5 \times \frac{10^2}{10^{-4}}$$

$$B = 1\,500\,000 \text{ écriture décimale}$$

Exercice 8 On pose $A = \frac{7}{15} - \frac{2}{15} \times \frac{9}{4}$ $B = \frac{25 \times 10^6 \times 3 \times 10^{-2}}{2 \times 10^2}$

- Calculer A et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible.
- Calculer B et donner une écriture scientifique du résultat, puis une écriture décimale de ce résultat.

$$A = \frac{7}{15} - \frac{2}{15} \times \frac{9}{4}$$

$$A = \frac{10}{60}$$

$$B = \frac{25 \times 3}{2} \times \frac{10^6 \times 10^{-2}}{10^2}$$

$$B = 37,5 \times 10^{4-2}$$

$$B = 37,5 \times 10^2$$

$$A = \frac{7 \times 4}{15 \times 4} - \frac{2 \times 9}{15 \times 4}$$

$$A = \frac{10 \times 1}{6 \times 10}$$

$$B = \frac{75}{2} \times \frac{10^{6+(-2)}}{10^2}$$

$$B = 37,5 \times 100$$

$$B = 3\,750 \text{ écriture décimale}$$

$$A = \frac{28}{60} - \frac{18}{60}$$

$$A = \frac{1}{6}$$

$$B = 37,5 \times \frac{10^4}{10^2}$$

$$B = 3,75 \times 10^3 \text{ écriture scientifique}$$

Exercice 10

La fusée Ariane 5 est un lanceur européen qui permet de placer des satellites en orbite autour de la Terre.

- Lors de la première phase du décollage de la fusée, les deux propulseurs situés de part et d'autre du corps de la fusée permettent d'atteindre une altitude de 70 km en 132 secondes.

Calculez la vitesse moyenne, exprimé en m/s de la fusée durant la première phase du décollage.

Convertir ce résultat en km/h.

$$70 \text{ km} = 70\,000 \text{ m.}$$

Distance (m)	70 000	$70\,000 \times 1 \div 132 \approx 530$
Durée (s)	132	1

La fusée va à environ 530 m/s pendant la première phase du décollage.

$$1 \text{ h} = 3\,600 \text{ s}$$

Distance (km)	70	$70 \times 3\,600 \div 132 \approx 1\,909$
Durée (s)	132	3600

La fusée va à environ 1 909 km/h pendant la première phase du décollage.

- La vitesse de libération est la vitesse qu'il faut donner à un objet pour qu'il puisse échapper à l'attraction d'une planète.

Cette vitesse notée v se calcule grâce à la formule suivante :
$$v = \sqrt{\frac{13,4 \times 10^{-11} \times M}{r + h}}$$

où M est la masse de la planète en kg (pour la Terre, on a : $M = 6 \times 10^{24}$ kg),

r est son rayon en mètres (pour la Terre, on a : $r = 6,4 \times 10^6$ mètres),

h est l'altitude de l'objet en mètres. v est alors exprimée en m/s.

Ariane 5 libère un satellite de télécommunication à une altitude $h = 1,9 \times 10^6$ m.

- Calculer $r + h$.

$$r + h = 6,4 \times 10^6 + 1,9 \times 10^6 = 6\,400\,000 + 1\,900\,000 = 8\,300\,000 \text{ m} = 8,3 \times 10^6 \text{ m}$$

- Quelle doit être la vitesse de la fusée à cette altitude ? On arrondira au m/s près.

Écrire ce résultat en notation scientifique.

$$v = \sqrt{\frac{13,4 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{8,3 \times 10^6}} = \sqrt{\frac{13,4 \times 6 \times 10^{-11} \times 10^{24}}{8,3 \times 10^6}} = \sqrt{\frac{80,4 \times 10^{-11+24}}{8,3 \times 10^6}}$$

$$v = \sqrt{\frac{80,4 \times 10^{13}}{8,3 \times 10^6}} = \sqrt{\frac{80,4}{8,3} \times 10^{13-6}} = \sqrt{\frac{80,4}{8,3} \times 10^7} \approx 9\,842 \text{ m/s} \quad 9\,842 \text{ m/s} = 9,842 \times 10^3 \text{ m/s.}$$



Exercice 11

Un carré a pour aire 225 cm². Quel est le périmètre de ce carré ? Justifier votre réponse.

Ce carré a pour côté $\sqrt{225} = 15$ cm. Son périmètre vaut donc $4 \times 15 = 60$ cm.

Exercice 12

Marc et Sophie lancent des défis mathématiques.

C'est au tour de Marc, il propose un programme de calcul à sa camarade :

1. Tester ce programme de calcul en choisissant comme nombre de départ 3 puis 10.

$$3^2 = 9 \quad 9 + 3 = 12 \quad 12 \times 2 = 24 \quad 24 - 6 = 18 \quad 18 \div 2 = 9.$$

$$10^2 = 100 \quad 100 + 3 = 103 \quad 103 \times 2 = 206 \quad 206 - 6 = 200 \quad 200 \div 2 = 100.$$

2. Marc prétend être capable de trouver rapidement le nombre de départ en connaissant le résultat final.

Sophie choisit alors au hasard un nombre et applique le programme de calcul. Elle annonce à Marc le résultat final 81.

Celui-ci lui répond qu'elle avait choisi le nombre 9 au départ. Stupéfaite, Sophie lui dit : « TU ES UN MAGICIEN! ».

a. Vérifier le calcul en commençant le programme avec le nombre 9.

$$9^2 = 81 \quad 81 + 3 = 84 \quad 84 \times 2 = 168 \quad 168 - 6 = 162 \quad 162 \div 2 = 81.$$

b. Et si le résultat du programme était 36, pourriez-vous dire le nombre choisi par Sophie ?

Si le résultat est 36, le nombre choisi était 6.

3. A votre avis, comment peut-on passer, en une seule étape, du nombre choisi au départ au nombre final ?

Démontrer votre réponse en prenant x comme nombre de départ.

Pour trouver le nombre final, il suffit de calculer le carré du nombre choisi.

$$x \quad x^2 \quad x^2 + 3 \quad (x^2 + 3) \times 2 = 2x^2 + 6 \quad 2x^2 + 6 - 6 = 2x^2 \quad 2x^2 \div 2 = x^2$$

Problème Ce problème est composé de deux parties indépendantes

En Nouvelle-Calédonie, le nombre d'accidents de la route ne cesse d'augmenter.

Les principales causes de ces accidents sont l'alcool et la vitesse.

PARTIE 1

Dans cette partie, on considère qu'une canette contient 330 mL de bière et que le degré d'alcool est de 5°, c'est-à-dire 0,05. La formule suivante permet de calculer le taux d'alcool dans le sang (en g/L) :

$$\text{Pour un homme : Taux} = \frac{\text{quantité de liquide bu} \times 0,05 \times 8}{\text{masse} \times 0,7}$$

La quantité de liquide bu est exprimée en **cl**. La masse est exprimée en kg.

Erreur dans l'énoncé →

1. Montrer que le taux d'alcool dans le sang d'un homme de 60 kg qui boit deux canettes de bière est d'environ 0,63 g/L.

$$2 \times 330 = 660 \text{ mL} = 66 \text{ cl} \quad \text{Taux} = \frac{\text{quantité de liquide bu} \times 0,05 \times 8}{\text{masse} \times 0,7} = \frac{66 \times 0,05 \times 8}{60 \times 0,7} = \frac{26,4}{42} \approx 6,3 \text{ g/L.}$$

2. La loi française interdit à toute personne de conduire si son taux d'alcool est supérieur ou égal à 0,5 g/L.

D'après le résultat précédent, cette personne a-t-elle le droit de conduire ? Justifier la réponse.

0,63 > 0,5 donc cette personne n'a pas le droit de conduire.

Pour la suite, on considèrera un **homme de 70 kg**.

3. Si x désigne la quantité, en dL, de bière bue, le taux d'alcool dans le sang est donné par $T(x) = \frac{4}{49}x$.

Compléter le tableau ci-dessous (arrondir les résultats au centième).

Quantité d'alcool (en dL)	0	1	5	7
Taux d'alcool (en g/L)	0	0,08	0,41	0,57

4. En utilisant les données du tableau, représenter graphiquement le taux d'alcool en fonction de la quantité de bière bue. On prendra : 2 cm pour 1 dL sur l'axe des abscisses ; 2 cm pour 0,1 g/L sur l'axe des ordonnées.

Choisir un nombre entier positif

Élever ce nombre au carré

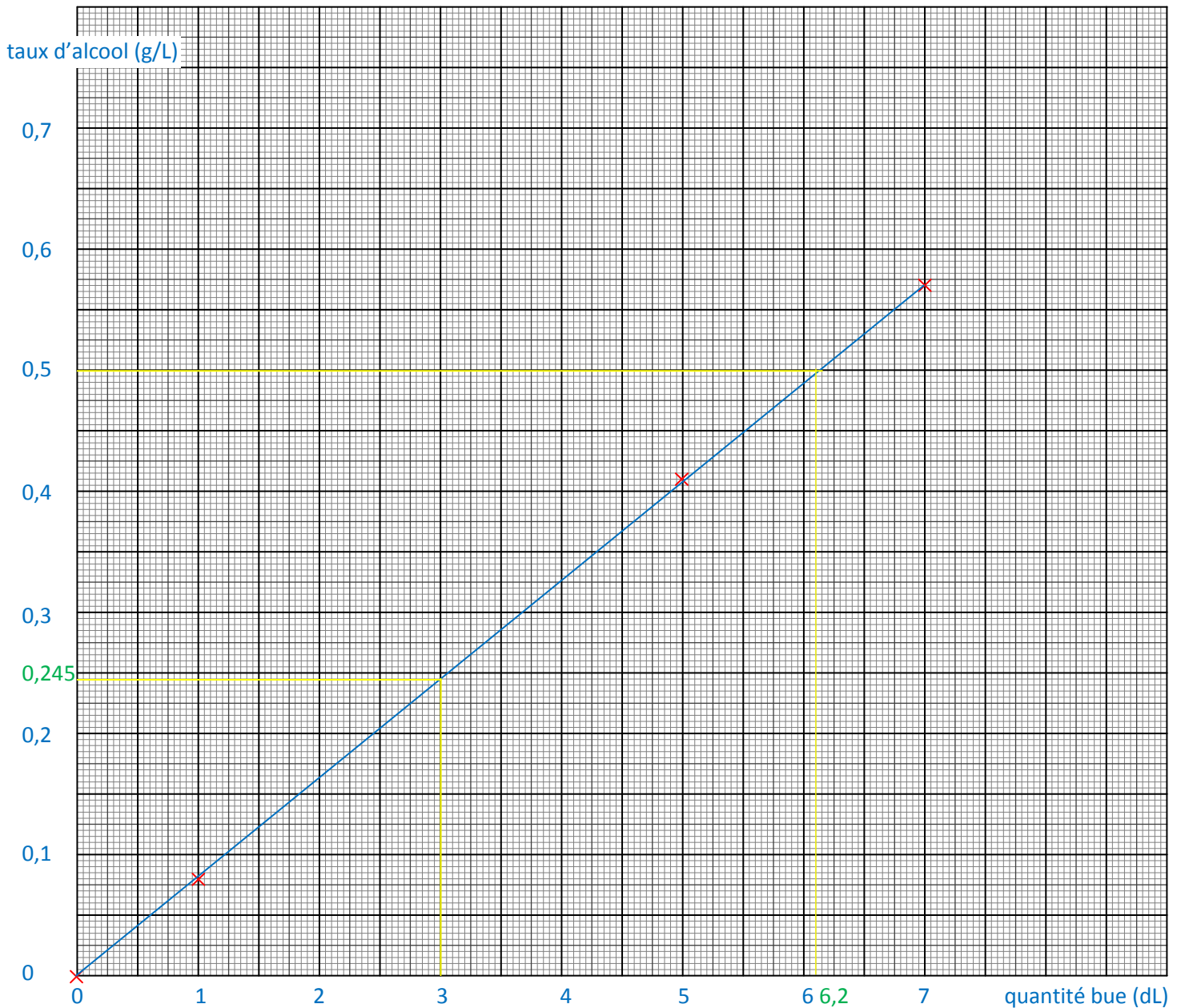
Ajouter 3 au résultat obtenu

Puis, multiplier par 2 le résultat obtenu

Soustraire 6 au résultat précédent

Enfin, prendre la moitié du dernier résultat

Écrire le résultat final



5. Déterminer graphiquement le taux d'alcool correspondant à une quantité de bière de 3 dL.

Le taux d'alcool correspondant à une quantité de bière de 3 dL est 0,245 g/L.

6. Déterminer graphiquement la quantité de bière à partir de laquelle cet homme n'est plus autorisé à reprendre le volant (on laissera apparents les traits de construction).

Cet homme n'est plus autorisé à prendre le volant à partir de 6,2 dL de bière bue.

PARTIE 2

La vitesse est mise en cause dans près d'un accident mortel sur deux.

Un cyclomoteur est conçu pour ne pas dépasser une vitesse de 45 km/h. Si le moteur est gonflé au-delà de la puissance légale, les freins et les pneus ne sont plus adaptés et le risque d'accident augmente alors considérablement.

Lisa et Aymeric ont chacun un scooter. Ils doivent rejoindre leurs copains à la piscine qui est à 8 km de chez eux.

1. Lisa roule en moyenne à 40 km/h. Combien de temps, en minutes, mettra-t-elle pour aller à la piscine ?

Distance (km)	40	8
Durée (min)	60	$8 \times 60 \div 40 = 12$

Elle mettra 12 minutes pour aller à la piscine.

2. Aymeric est plus pressé, il roule en moyenne à 48 km/h.

Calculer, en minutes, le temps qu'il mettra pour retrouver ses copains à la piscine.

Distance (km)	48	8
Durée (min)	60	$8 \times 60 \div 48 = 10$

Il mettra 10 minutes pour aller à la piscine.

3. Combien de temps Aymeric a-t-il gagné par rapport à Lisa ?

Aymeric a « gagné » deux minutes... et pris des risques ! (accidents, amendes...)